Universidad
Rey Juan Carlos

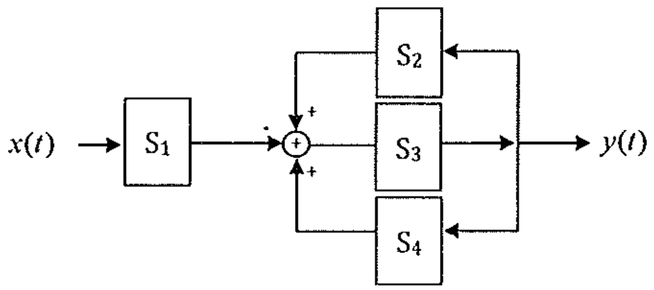
Apellidos: Nombre:	Grado: Asignatura:	Calificación:

Prueba 2 - 23 de Marzo de 2014

(Como sabes, las primeras 8 cuestiones corresponden a la teoría del tema 2, que cuentan el 10% de la nota final de la asignatura. Aquí cada respuesta acertada suma 1,25 puntos y cada respuesta fallada resta 0,5 puntos. Luego hay 4 cuestiones relacionadas con el laboratorio que aportan el 5% de la nota de la asignatura. En este caso cada respuesta acertada suma 2,5 puntos y cada respuesta fallada resta 1 punto). (En cada cuestión sólo hay una respuesta correcta).

Cuestión 1. Considere el siguiente sistema representado por el diagrama de bloques. Del sistema equivalente podemos decir:

$$S_1: y(t) = x^{1/2}(t-2);\ S_2: y(t) = ln\, x(t); S_3: y(t) = x(t+2); S_4: y(t) = x^2(t);$$



a) La salida *y(t)* depende de *y(t-2)*.
b) La salida *y(t)* depende de *x(t-2)*.
c) La salida *y(t)* depende de *y(t+2)*.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión 2. Sea el sistema dado por $y(t) = \begin{Bmatrix} x^2(t), & t < 0 \\ e^{x(t)}, & t \geq 0 \end{Bmatrix}$, para una entrada acotada por k_x, se cumple que la salida:

a) Está siempre acotada por $\mathrm{k_y} = \mathrm{k_x^2}$
b) Está siempre acotada por $\mathrm{k_y} = \mathrm{e^{k_x}}$
c) Está siempre acotada por $k_y = \max\{e^{k_x}, \mathrm{k_x^2}\}$.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión 3. Sea el sistema dado por $y[n] = u(x[n] - 2)$, podemos decir que se trata de:

a) Un sistema lineal.
b) Un sistema no lineal porque la entrada idénticamente nula produce una salida no nula.
c) Un sistema no lineal.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión 4. Sea el sistema dado por $y(t) = x(t+2)\, x(t-2)$, se trata de:

a) Un sistema variante con el tiempo.
b) Un sistema invariante con el tiempo.
c) Un sistema sin memoria.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión 5. Sea la señal $y(t) = x(t) * h(t)$, donde $x(t) = 2\, u(t+2) - 3\, u(t) + u(t-2)$ y $h(t) = e^{-t}\, u(t)$. Podemos decir que:

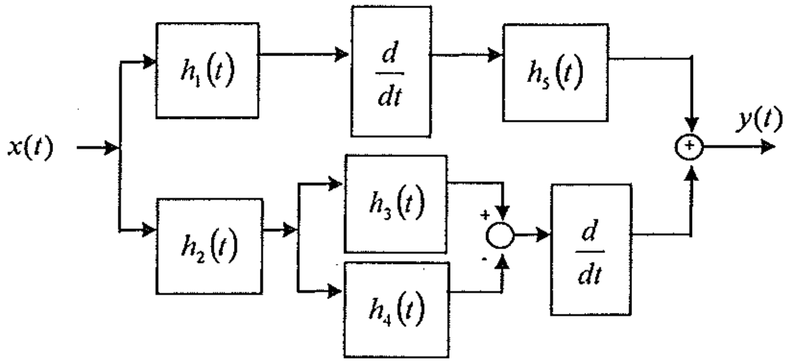
a) $y(t=1) = 3e^{-1} - 2e^{-3} - 1$.
b) $y(t=1) = 2e^{-1} - 3e^{-3} - 1$.
c) $y(t=1) = e^{-1} - e^{-3} - 1$.
d) Ninguna de las anteriores.

Universidad
Rey Juan Carlos

Cuestión 6. Sea la señal $y[n] = x[n] * h[n] * z[n]$, donde $x[n] = e^{-n}\, u[n]$, $h[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$ y $z[n] = u[n-2]$. Podemos decir que:

a) $y[n] = e^{-(n-2)}\, u[n-2]$.
b) $y[n] = e^{-(n+2)}\, u[n+2]$.
c) $y[n] = u[n]$.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión 7. Considere la siguiente interconexión de SLIT:



Donde:

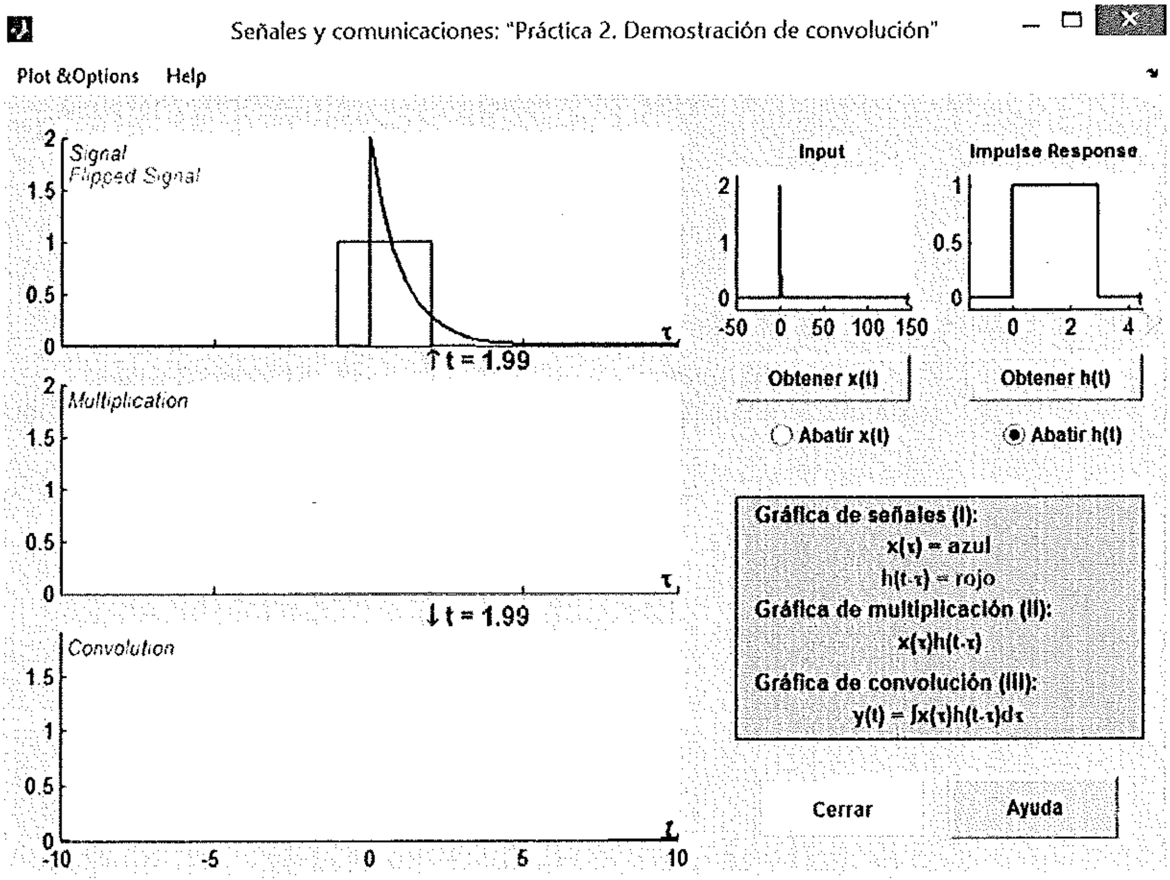
$$h_1(t) = e^{-t}u(t) \qquad h_4(t) = u(t+1)$$
$$h_2(t) = u(t) - u(t-1) \qquad h_5(t) = u(t-1)$$
$$h_3(t) = u(t)$$

a) La rama superior equivale a un único SLIT cuya respuesta al impulso es $h_1(t)$.
b) La rama inferior equivale a un único SLIT cuya respuesta al impulso es $h_{inf}(t) = u(t-1) - u(t+1)$.
c) La respuesta impulsiva del sistema equivalente empieza a valor algo distinto de cero en *t = -1* y no termina hasta el infinito.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión 8. Sean los SLIT de tiempo discreto S_1 y S_2, caracterizados respectivamente por $h_1[n] = u[n+2] - u[n]$ y por $h_2[n] = \delta[n-1]$. Se puede afirmar que el sistema equivalente a la interconexión serie de los dos anteriores ($h_{eq}[n]$) es:

a) No causal, sin memoria, estable.
b) Causal, con memoria, estable.
c) No causal, con memoria, estable.
d) Ninguna de las anteriores.

Cuestión L1. En el interfaz gráfico de la práctica 2 de nuestra asignatura se ha seleccionado como $x(t)$ una señal exponencial como la que se ve en la figura ($x(t) = 2 \cdot e^{-t} \cdot u(t)$). Sabiendo que $h(t)$ es un pulso entre 0 y 3, dibuje aproximadamente las figuras que presentaría el software en la segunda y tercera ventana.



Cuestión L2. Sean dos señales de longitud finita (distintas de cero en un intervalo de tiempo finito y continuo) *$x_1(t)$* y *$x_2(t)$* y sea la señal *y(t)* la convolución de ambas: y(t)= $x_1(t)*x_2(t)$. ¿Cuál es la longitud de la señal *y(t)*?

$$x_1(t) = \begin{cases} 1, & P1 \le t \le F1 \\ 0, & resto \end{cases}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} 1, & P2 \le t \le F2 \\ 0, & resto \end{cases}$$

a) La longitud es F2 – F1.
b) La longitud es (F1 + P1) – (F2 + P2).
c) La longitud es (F1 + F2) – (P1 + P2).
d) La longitud es (F1 + P1) + (F2 + P2).

Cuestión L3. El resultado de convolucionar la señal $x(t) = sen(5\pi \cdot t)$ y la señal $h(t) = u(t) - u(t-2)$ cumple que:

a) Es una señal sinusoidal de amplitud máxima la unidad.
b) Es nula para cualquier valor de t.
c) Es una señal sinc.
d) Ninguna de las anteriores es cierta.

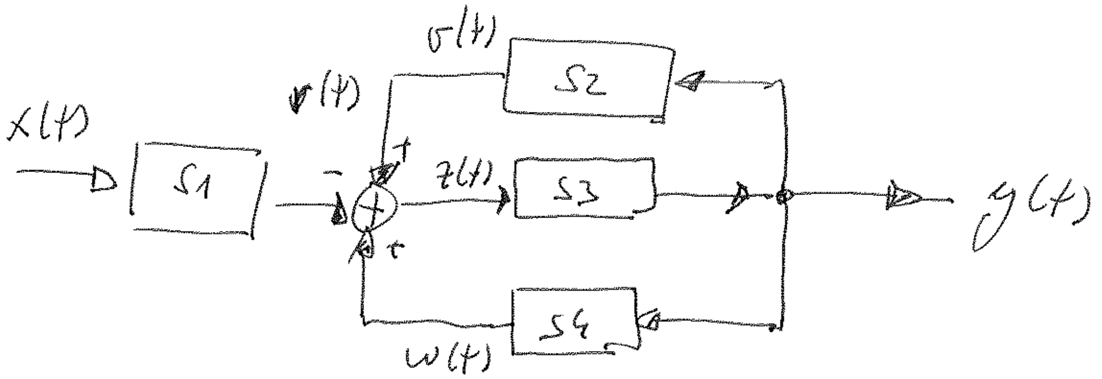
Cuestión L4. Sea el SLIT definido por la siguiente relación entre la entrada y la salida.

$$x(t) \xrightarrow[SISTEMA]{} y(t): \quad y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau - \int_{-\infty}^{t} x(\tau - 2)d\tau$$

Se cumple que la salida para una entrada $x(t) = u(t) - u(t-2)$:

a) Es un pulso triangular.
b) Es un pulso rectangular.
c) Es una señal sinc.
d) Ninguna de las anteriores.

1



$S1: \; y(t) = x^{1/2}(t-2)$

$S2: \; y(t) = \ln x(t)$

$S3: \; y(t) = x(t+2)$

$S4: \; y(t) = x^2(t)$

Todos los subsistemas están definidos con $x(t)$ e $y(t)$. Comienzo asignando nombres distintos a las señales intermedias.

$$r(t) = x^{1/2}(t-2)$$

$$z(t) = v(t) + w(t) - r(t) = \ln y(t) + y^2(t) - x^{1/2}(t-2)$$

$$\left.\begin{aligned} v(t) &= \ln y(t) \\ w(t) &= y^2(t) \end{aligned}\right\}$$

$$y(t) = z(t+2) = \ln y(t+2) + y^2(t+2) - x^{1/2}(t)$$ //

2) $y(t) = \begin{cases} x^2(t), & t < 0 \\ e^{x(t)}, & t \geq 0 \end{cases}$

$|x(t)| \leq K_x \Rightarrow |y(t)| \leq \begin{Bmatrix} |x^2(t)|, & t < 0 \\ e^{|x(t)|}, & t \geq 0 \end{Bmatrix} \leq$

$\leq \begin{Bmatrix} K_x^2, & t < 0 \\ e^{K_x}, & t \geq 0 \end{Bmatrix} \leq \max \{ K_x^2, e^{K_x} \}$ //

3) $y[n] = u(x[n] - 2)$. Comienzo probando por ejemplo aditividad.

$x_1[n] \rightarrow y_1[n] = u(x_1[n] - 2)$

$x_2[n] \rightarrow y_2[n] = u(x_2[n] - 2)$

$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n] \rightarrow$

$\rightarrow y_3[n] = u(x_3[n] - 2) = u(x_1[n] + x_2[n] - 2) \neq$

$\neq y_1[n] + y_2[n]$

$\Rightarrow$ No es un sistema lineal.

4) $y(t) = x(t+2) \cdot x(t-2)$

$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(t+2) \cdot x_1(t-2) \rightarrow$

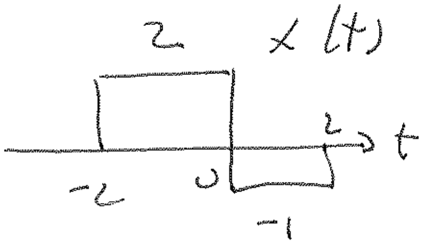
$\rightarrow y_1(t-t_0) = x_1(t - t_0 + 2) \cdot x_1(t - t_0 - 2)$

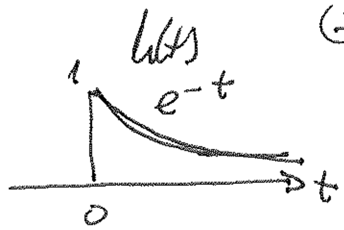
$x_2(t) = x_1(t-t_0) \rightarrow y_2(t) = x_2(t+2) \cdot x_2(t-2) =$

$= x_1(t + 2 - t_0) \cdot x_1(t - 2 - t_0) \Rightarrow$ Invariante //

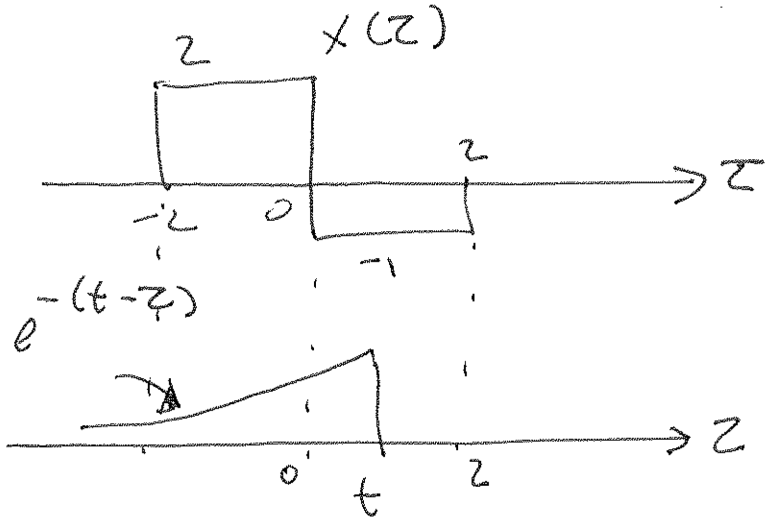
C5 $y(t) = x(t) * h(t) =$

$= \int x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau$





Represento solo la situación que me permite calcular $y(t=1)$.



$0 \leq t \leq 2$

$$y(t) = \int_{-2}^{0} 2 \cdot e^{-(t-\tau)} d\tau + \int_{0}^{t} (-1) e^{-(t-\tau)} d\tau =$$

$$= 2 \cdot e^{-t} \left[e^{+\tau} \right]_{-2}^{0} - e^{-t} \left[e^{+\tau} \right]_{0}^{t} =$$

$$= 2 e^{-t} (1 - e^{-2}) - e^{-t} (e^{t} - 1) =$$

$$= 2 e^{-t} - 2 e^{-t-2} - 1 + e^{-t}$$

Para $t=1$; $y(1) = 2 e^{-1} - 2 e^{-3} - 1 + e^{-1} = 3 e^{-1} - 2 e^{-3} - 1$

C6 $y[n] = x[n] * h[n] * z[n]$.

$$\left.\begin{array}{l} x[n] = e^{-n} \cdot u[n] \\ h[n] = \delta[n] - \delta[n-1] \\ z[n] = u[n-2] \end{array}\right\}$$

Aplico la propiedad asociativa para conmutar:

$$y[n] = x[n] * \left((\delta[n] - \delta[n-1]) * u[n-2] \right) =$$

$$= x[n] * (u[n-2] - u[n-3]) =$$

$$= x[n] * \delta[n-2] = e^{-(n-2)} \cdot u[n-2]$$ //

(7) $h_1(t) = e^{-t} \cdot u(t)$ $\quad$ $h_4(t) = u(t+1)$

$h_2(t) = u(t) - u(t-1)$ $\quad$ $h_5(t) = u(t-1)$

$h_3(t) = u(t)$

En la rama superior, puedo asociar el sistema derivador a $h_1(t)$ o a $h_5(t)$.

$$h_{sup}(t) = \frac{dh_1(t)}{dt} * h_5(t) = h_1(t) * \frac{dh_5(t)}{dt} =$$

$$= \left(e^{-t} \cdot u(t)\right) * \frac{du(t-1)}{dt} = \left(e^{-t} \cdot u(t)\right) * \delta(t-1) \Rightarrow$$

$$h_{sup}(t) = e^{-(t-1)} \cdot u(t-1) \;//$$

En la rama inferior, denominamos $h_6(t)$ al paralelo de $h_3(t)$ y $h_4(t)$:

$$h_6(t) = h_3(t) - h_4(t) = u(t) - u(t+1)$$

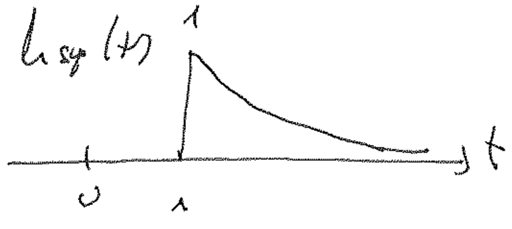
Por tanto la rama inferior es la asociación serie de $h_2(t)$, $h_6(t)$ y el derivador.

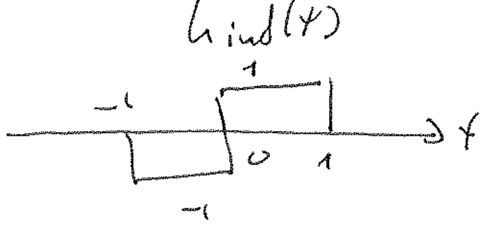
$$h_{inf}(t) = h_2(t) * \frac{dh_6(t)}{dt} = (u(t) - u(t-1)) *$$

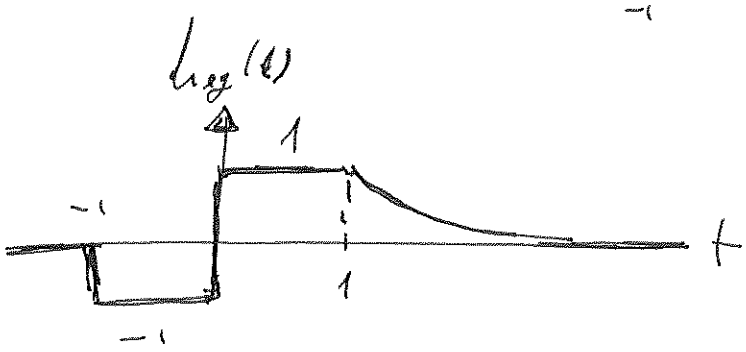
$$* (\delta(t) - \delta(t+1)) = u(t) - u(t-1)$$

$$- u(t+1) + u(t) \;//$$

Por lo tanto, $h_{eq}(t) = h_{sup}(t) + h_{ind}(t)$. Si vemos cada una de las representaciones gráficas,

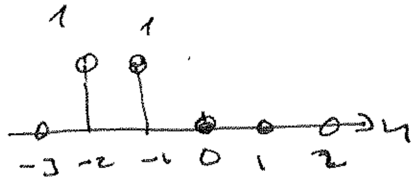






Por lo tanto, el sistema comienza a valer algo distinto de cero en $t=-1$, y no termina hasta el infinito.

8) $h_1[n] = u[n+2] - u[n]$

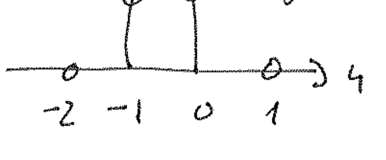


$h_2[n] = \delta[n-1]$

Si los conectamos en serie, y teniendo en cuenta que $h_1[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1]$, tenemos:

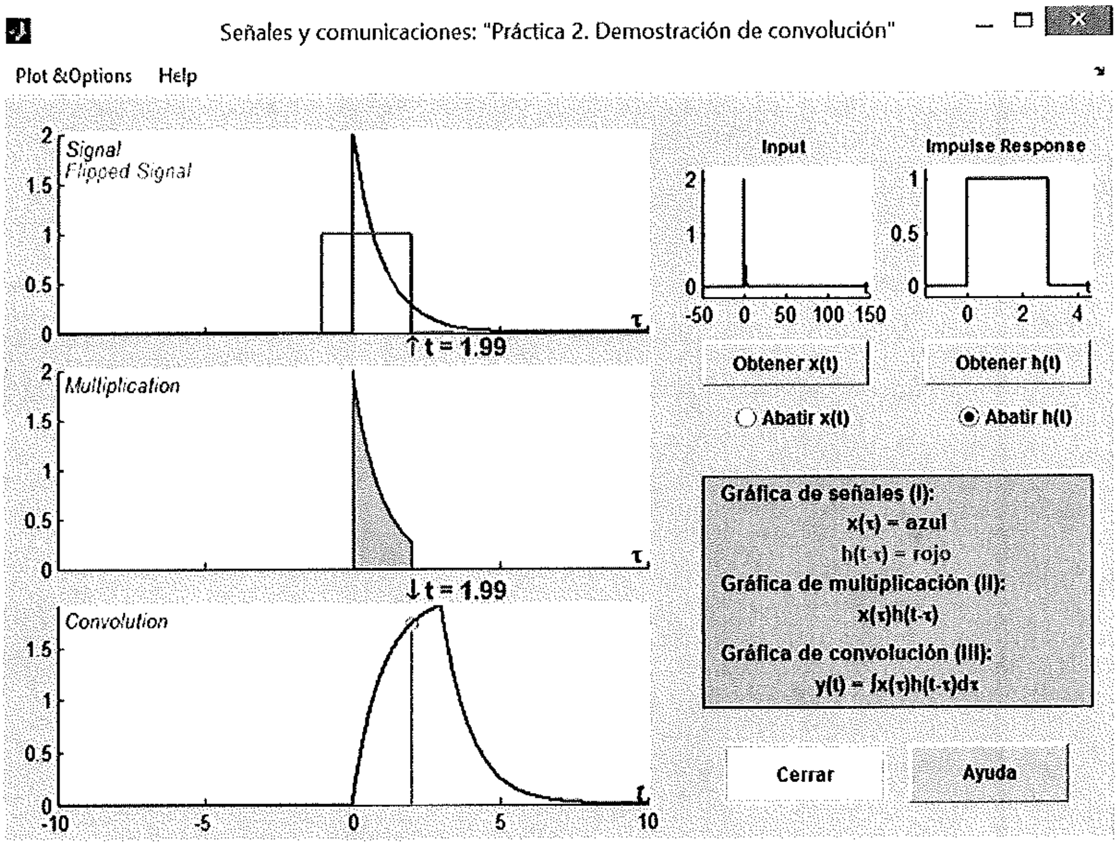
$h_{eq}[n] = (\delta[n+2] + \delta[n+1]) * \delta[n-1] =$

$= \delta[n+4] + \delta[n]$



Por lo tanto es:
- no causal
- con memoria
- estable

C1



C2 (c) La longitud es (F1+F2) - (P1+P2)

C3 (b) Es nula para cualquier valor de t.

C4 (a) Es un pulso triangular.